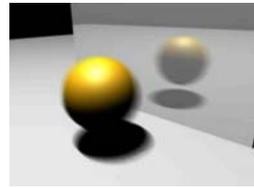


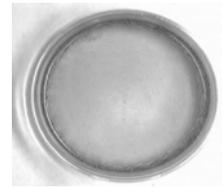
## FitzHugh-Nagumo 方程式による 視覚の時間周波数特性の再現と モーションシャープニング現象

長 篤志、鈴木将(山口大学)  
大高光輝(広島商船高専)  
甲斐昌一(九州大学, 山口大学)  
三池秀敏(山口大学)

移動しているものが  
強調されて見えることがある



モーションブラー



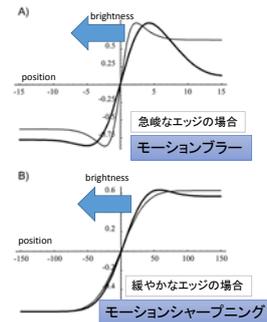
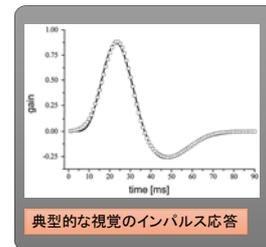
?

## モーションシャープニング現象は なぜ起こるか？

- 動きによって像がボケるので、そのぼやけを埋め合わせるように再コード化されている。
  - Burr 1980; Anderson & Van Essen 1987; Martin & Marshall 1993.
- 高速で移動しているものは、高空間周波数で検出できないので、そういうところはエッジは鋭いものだと翻訳している。
  - Burr & Morgan 1997
- 視覚のインパルス応答によって、モーションブラーもモーションシャープニングも説明可能である。
  - Pääkkönen & Morgan 2001
- 網膜皮質経路において、Mセルは、Pセルと比較して速い画像速度で反応するが、より低いコントラストで反応が飽和してしまうことがモーションシャープニングの原因ではないか。
  - Hammett *et al.* 2004

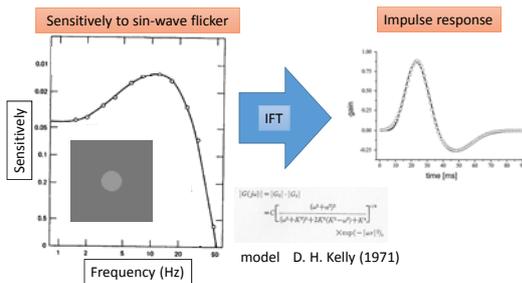
## 視覚のインパルス応答で説明可能

• Pääkkönen & Morgan 2001

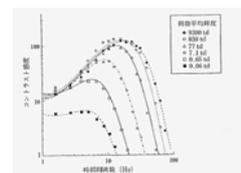


## インパルス応答の導出方法

視覚の時間周波数応答特性をフーリエ逆変換



## インパルス応答は平均輝度に依存する

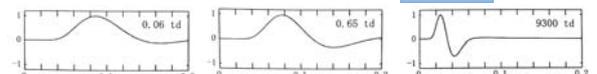


• D. H. Kelly (1971)

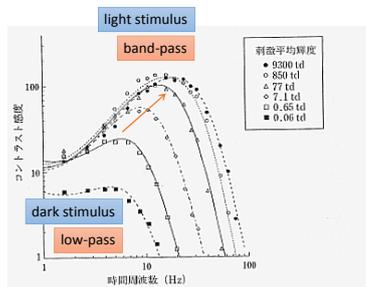
$$|G(f)| = |G_0(f)| \frac{L + A + \sqrt{L^2 + A^2}}{L + A + \sqrt{L^2 + A^2} + \sqrt{L^2 + A^2} + \sqrt{L^2 + A^2}} \times \exp(-|a| |f|)$$

インパルス応答

retina model



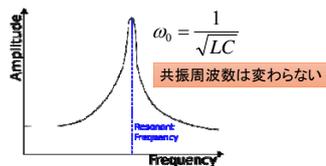
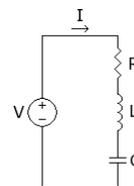
## 視覚のインパルス応答の特徴



## 線形システムでは

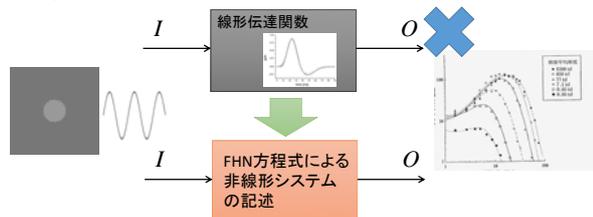
- RLC circuit

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} = A \cos(2\pi f t)$$



## 目的

- 視覚の時間応答特性をFHN方程式で表現可能か？

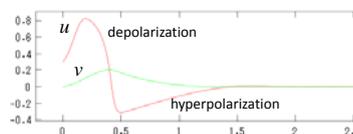


- FHN方程式でモーションシャープニングは起こせるか？

## FitzHugh-Nagumo 方程式

ニューロンにおけるスパイク発生モデル

$$\begin{aligned} u: \text{activator} & \quad \frac{du}{dt} = C(u - u^3 - v) + I_{ext} \\ v: \text{inhibitor} & \quad \frac{dv}{dt} = u - bv + a \end{aligned}$$



## 一変数へ変換

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = C(u - u^3 - v) \\ \frac{dv}{dt} = u - bv + a \end{cases} \quad \text{FHN 方程式}$$

one variable

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + C(3u^2 - 1 + b) \frac{du}{dt} + C(bu^3 + (1 - b)u + a) = 0$$



$$\frac{d^2 u}{dt^2} + C(3u^2 - 1 + b) \frac{du}{dt} + C(bu^3 + (1 - b)u + a) = CI \quad \text{入力}$$

## 固定点の近傍での周波数応答 (入力の振幅が小さい場合)

- 入力:  $I = I_0 + Ae^{i\omega t}$ ,  $I_0$ : 一定値 (平均輝度),  $A$ : 微小値
- 出力:  $u = u_0 + \tilde{u}(\omega)e^{i\omega t}$ ,  $u_0$ : 固定点

$$\tilde{u}(\omega) = \frac{AC}{-\omega^2 + i\omega(b + 3Cu_0^2 - C) + C[3bu_0^2 + (1 - b)]}$$

- パワースペクトル

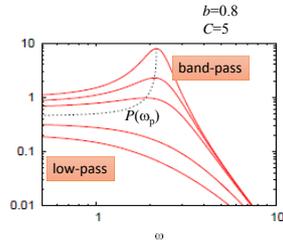
$$P(\omega) \equiv \tilde{u}\tilde{u}^* = \frac{A^2 C^2}{\omega^4 + [b^2 - 2C + C^2(3u_0^2 - 1)]\omega^2 + C^2[3bu_0^2 + (1 - b)]^2}$$

## パワースペクトル

$$P(\omega) \equiv \bar{u}\bar{u}' = \frac{A^2 C^2}{\omega^4 + [b^2 - 2C + C^2(3u_0^2 - 1)]\omega^2 + C^2[3bu_0^2 + (1-b)]}$$

- $D = b^2 - 2C + C^2(3u_0^2 - 1)^2$ 
  - $D >= 0$  : Low-pass
  - $D < 0$  : Band-pass
    - $\omega_p$ : ピーク周波数
    - $\omega_p \equiv \sqrt{-D/2}$

$$P(\omega_p) = \frac{A^2 C^2}{-\omega_p^4 + (C \pm \sqrt{2C - b^2 - 2\omega_p^2})^2}$$



## 数値シミュレーション

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = C(u - u^3 - v) \\ \frac{dv}{dt} = u - bv + a \end{cases}$$

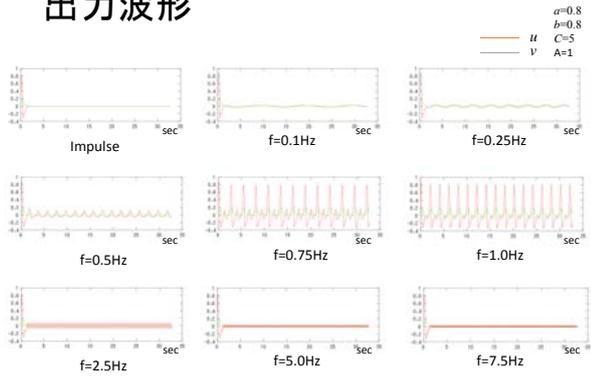
one variable

$$\frac{d^2u}{dt^2} + C(3u^2 - 1 + b)\frac{du}{dt} + C(bu^3 + (1-b)u + a) = 0$$

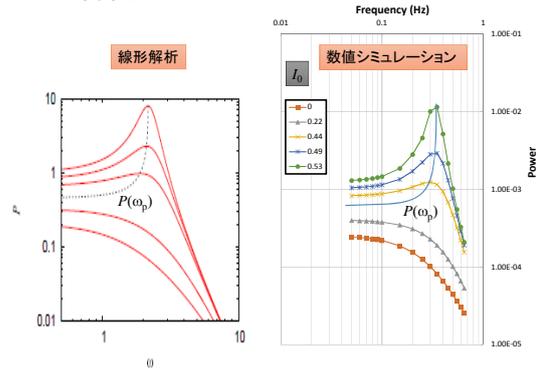
入力:  $CI_0 + CA \cos(2\pi ft)$   
 $I_0$ : 平均輝度、A: 刺激の振幅

$$\frac{d^2u}{dt^2} + C(3u^2 - 1 + b)\frac{du}{dt} + C(bu^3 + (1-b)u + a) = CI_0 + CA \cos(2\pi ft)$$

## 出力波形

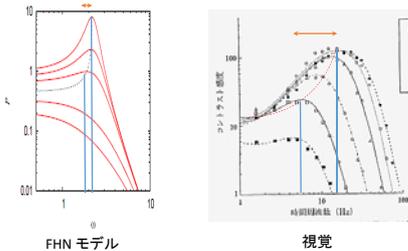


## A=0.01

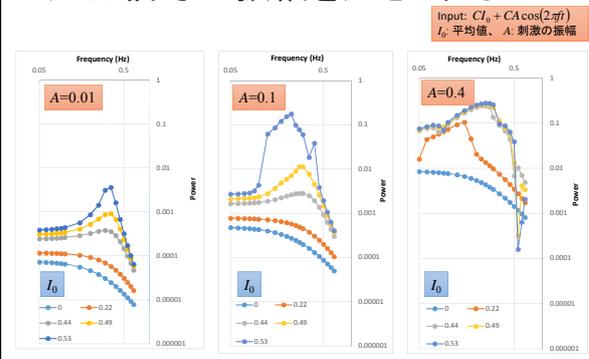


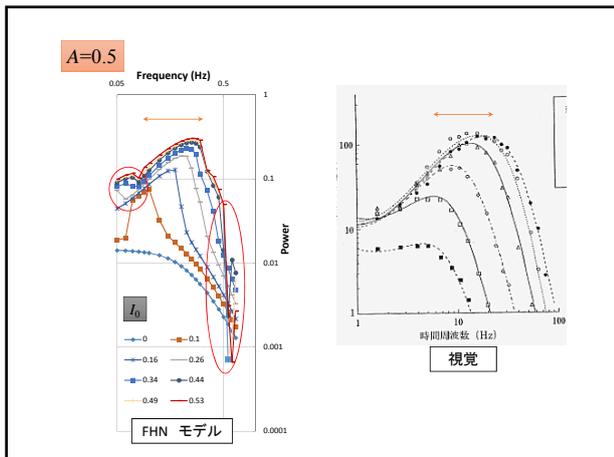
## 視覚との違い

- ピーク周波数の変化が小さい
- 入力している信号の振幅が小さい?

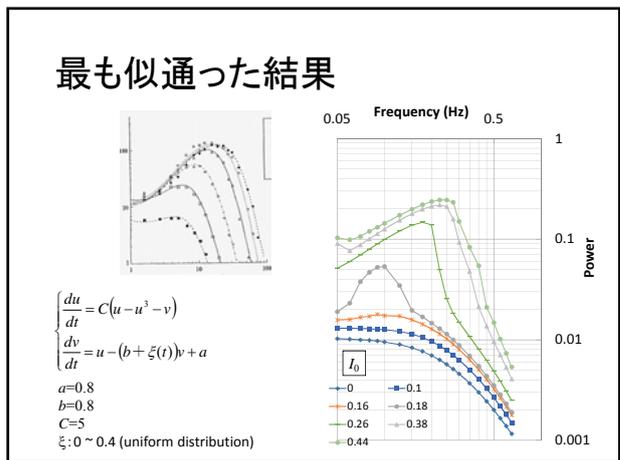
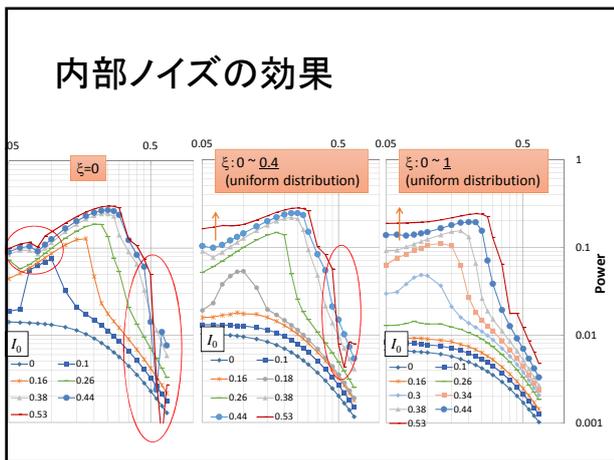


## 入力信号の振幅を大きくする





### 内部ノイズを仮定

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = C(u - u^3 - v) \\ \frac{dv}{dt} = u - bv + a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{du}{dt} = C(u - u^3 - v) \\ \frac{dv}{dt} = u - \underbrace{(b + \xi(t))v + a}_{\text{ノイズ}} \end{cases}$$


### モデルに対して画像を入力した例

- パラメータの調整は行われていないため視覚に比べて効果が低いが、画像強調は行われている。

入力画像

出力画像

差画像

### モーションシャープニングの画像処理への応用

- インパルス応答を簡略化して、画像処理フィルタとして利用

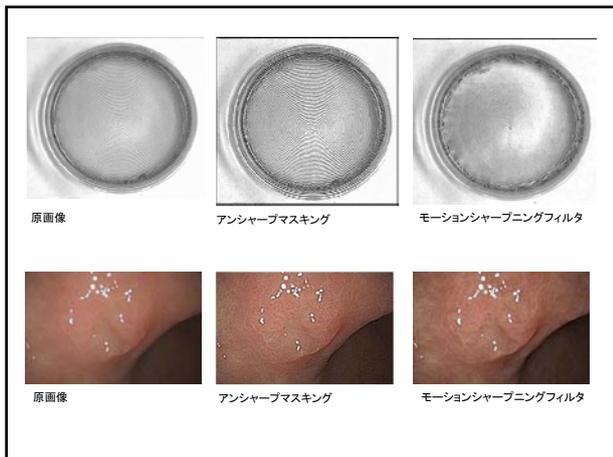
imp

time [ms]

簡略化

フィルタサイズ

フィルタ核形



### まとめ1

- FHN方程式は、視覚の時間周波数特性を再現する。

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = C(u - u^3 - v) \\ \frac{dv}{dt} = u - (b + \xi(t))v + a \end{cases}$$

- 内部ノイズが存在すると、周波数特性は安定化する。

### まとめ2

- FHN方程式によるモデルに画像を入力することによって、コントラストの向上(モーションシャープニング)を確認した。
- 視覚のインパルス応答を簡略したフィルタを用いることによって、効果的な画像処理となることを確認した。